

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

Վաղին Ռոբերտի Օհանյան

ՖԱԶՄԱՅԻՆ ԱՆՑՈՒՄՆԵՐ ԵՎ ԱՍԳՆԻԱՑՎԱԾՈՒԹՅԱՆ ԳԱՐԹԱԿՆԵՐ ՈՐՈՇ  
ՄՊԻԱՅԻՆ ԳԱՄԱԿԱՐԳԵՐՈՒՄ. ՈՒՆԿՈՒՄԻՎ ՏԱՆՑԵՐ, ՄԻԱԶՄԹ ՇՂՏԱՆՆԵՐ  
ԵՎ ՈՉ ԳՃԱՅԻՆ  $\sigma$ -ՍՈՂԵԼ:

Ա. 04. 02. – «Տեսական ֆիզիկա» մասնագիտությամբ  
ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների բեկնածուի գիտական  
աստիճանի հայցման ատենախոսության

ՍԵՂԱՍԳԻՐ

ԵՐԵՎԱՆ – 2003

---

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Оганян Вадим Робертович

ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ И ПЛАТО НАМАГНИЧЕННОСТИ В  
НЕКОТОРЫХ СПИНОВЫХ СИСТЕМАХ: РЕКУРСИВНЫЕ  
РЕШЕТКИ, ОДНОМЕРНЫЕ ЦЕПОЧКИ И  
НЕЛИНЕЙНАЯ  $\sigma$ -МОДЕЛЬ.

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
01.04.02 – "Теоретическая физика"

ЕРЕВАН – 2003

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Առեմախոսության բժնան հաստատվել է երևանի Ֆիզիկայի ինստիտուտում

Գիտական ղեկավար՝ ֆիզ. մաթ.-գիտ. դոկտոր,  
պրոֆեսոր  
Ե.Ս. Անանյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ ֆիզ. մաթ.-գիտ. դոկտոր՝  
Վ. Բ. Պրիլիպովիչ, (ՄՀՄ, Դուբնա)

ֆիզ. մաթ.-գիտ. դոկտոր՝  
Ե.Ս. Անանյան (ԳՊԵՀ)

Առաջատար կազմակերպություն՝ ԳԳԱ Ֆիզիկական Գեոազոտոմեթրի  
Ինստիտուտ

Պաշտպանությունը տնօրէնող կոմիտեի կողմից 2003թ. սեպտեմբերի "24" -ին, ժամը 14<sup>00</sup> -ին  
երևանի Ֆիզիկայի ինստիտուտի 024 մասնագիտական խորհրդի նիստում:  
Չափսեր՝ 375036, Երևան, Ալիխանյան եր. 2.

Առեմախոսությանը կարելի է ժամերանալ երձի-ի գրադարանում:

Սեղմագիրը ցրված է « 20» օգոստոսի 2003թ.

Մասնագիտական խորհրդի  
գիտական քարտուղար՝ Ա.Մ. ֆիզ.-մաթ. գիտ. թեկնածու՝  
Ա. Սարգսյան

Թեմա դիսսերտացիայի ստորագրված է Երևանի ֆիզիկական ինստիտուտում:

Научный руководитель: доктор физ. – мат. наук,  
профессор  
Н. С. Ананикян

Официальные оппоненты: доктор физ. – мат. наук  
В. Б. Призжев (ОИЯИ, Дубна)  
доктор физ. – мат. наук  
А. С. Саакян, (ГИУА)

Ведущая организация: Институт Физических Исследований  
НАН РА

Защита состоится " 24 " сентября 2003 г. в 14<sup>00</sup> часов на заседании  
специализированного совета 024 Ереванского физического института по  
адресу: 375036, Ереван, ул. Братьев Алахянян 2.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ЕРФИ.

Автореферат разослан " 20 " августа 2003 г.

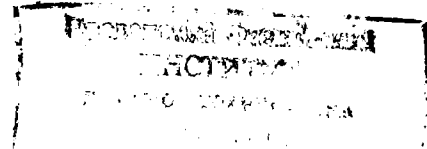
ученый секретарь  
специализированного совета Ա.Մ. кандидат физ. – мат. наук  
А. Маргарян

**Актуальность темы.** Последние годы ознаменовались целым рядом важнейших достижений в области теории и эксперимента в физике конденсированного состояния, в частности в тех её областях, которые в настоящее время принято именовать термином "сильно скоррелированные системы". Среди этих достижений следует особо отметить такие, как открытие квантового эффекта Холла, открытие высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) и антиферромагнетизма в купратах, гипотезу Холдейна о качественном различии структуры основного состояния одномерных антиферромагнитных цепочек Гейзенберга с целым и полудельным спином, а также открытие и существенный прогресс в изучении магнитных свойств веществ с так называемой лестничной структурой. Обладая рядом общих особенностей, такими как, интенсивные квантовые флуктуации, низкая физическая размерность, наличие антиферромагнетизма и пр.; эти явления в последнее время привлекают к себе пристальное внимание специалистов как в области эксперимента, так и теоретиков. В частности, в связи с этим прогрессом бурное развитие получили исследования квантовых фазовых переходов и "экзотических" квантовых фаз в спиновых системах, а также магнитных и термодинамических свойств фрустрированных магнетиков.

Настоящая диссертация посвящена некоторым вопросам статистической механики спиновых систем в свете вышеизложенных достижений. В частности, изучению закономерностей и механизмов таких явлений как, промежуточные плато намагниченности, фазовые переходы на решетках типа Бете и нелинейная  $\sigma$ -модель (модель Весса-Зумино-Новикова-Виттена) на многообразиях с границей.

Плато намагниченности являются сравнительно недавно открытым нетривиальным квантовым эффектом, присущим некоторым спиновым системам. Сущность этого явления заключается в том, что магнитная восприимчивость системы обращается в нуль в пределах некоторого интервала величины внешнего магнитного поля  $H \in [H_{c1}, H_{c2}]$ . В результате этого на кривой намагниченности наблюдается горизонтальный участок плато намагниченности при  $H \in [H_{c1}, H_{c2}]$ . Значения намагниченности, при которых могут наблюдаться плато, являются рациональными числами в единицах намагниченности насыщения,  $m/m_{sat} = 1/2, 1/3, 1/4, 3/4, 1/8$  и т. д. В 1997 году Ошикава, Яманака и Аффлек теоретически обосновали подобное "квантование", получив знаменитый критерий ОЯА для одномерных цепочек Гейзенберга. Согласно этому критерию, плато намагниченности суть следствия специфической энергетической щели в спектре магнитных возбуждений во внешнем магнитном поле. На данный момент такие плато теоретически предсказаны для целого ряда систем:  $S = 1/2, 1, 3/2$  цепочек Гейзенберга с альтернированным взаимодействием; полимеризованных цепочек; спиновых лестниц; антиферромагнетика Гейзенберга на треугольной решетке; в модели многоспиновых обменов и пр. Примечательным является тот факт, что экспериментальные достижения в этой области следуют бок о бок с теоретическими исследованиями. Многие из предсказанных плато были экспериментально обнаружены, демонстрируя в большинстве случаев адекватное соответствие существующим теоретическим представлениям.

Однако, большинство подходов к данной проблеме существенно опираются на технику численных "квантовых" вычислений, в подавляющем большинстве случаев практически осуществимых только на суперкомпьютерах. В связи с этим становится актуальным поиск альтернативных менее трудоёмких и по возможности аналитических подходов, одним из которых могут стать вычисления, выполненные в рамках изинговских моделей, которые, по крайней мере качественно, во многих случаях могут адекватно передать картину плато намагниченности.



Среди фрустрированных квантовых систем особое внимание в последние годы уделяется пленкам твердого  $^3\text{He}$ , адсорбированным на поверхности графита, демонстрирующим богатое многообразие необычных магнитных и термодинамических свойств, которые на данном этапе не поняты полностью. Данная система, как, впрочем, и "трехмерный" твердый  $^3\text{He}$ , являются уникальными примерами квантовых кристаллов. Исследования твердого  $^3\text{He}$  представляют интерес как для общего понимания свойств фрустрированных магнетиков, так и для тестирования теоретических предсказаний модели многоспинового обмена. Спинные системы с многочастичными циклическими обменными взаимодействиями совсем недавно приобрели дополнительную актуальность в связи с экспериментальным подтверждением наличия таких процессов в ВТСП, таких как  $\text{La}_2\text{CuO}_4$ ,  $(\text{La,Ca})_{14}\text{Cu}_{24}\text{O}_{41}$  и пр.

В арсенале вычислительных методов статистической механики решеточных моделей приближение рекурсивных решеток занимает особое место. В основе этого приближения лежит не упрощение вида и/или интенсивности взаимодействия между отдельными элементами системы, а специфическое изменение топологии связей между ними: регулярная периодическая решетка заменяется на так называемое "дерево", которое строится посредством рекурсивной процедуры. Преимущество подобного подхода заключается в том, что он позволяет, используя специфическую рекурсивную структуру решетки, построить особое дискретное отображение, связывающее физические величины на соседних шагах построения решетки, что, в свою очередь, открывает путь к использованию мощного аппарата теории динамических систем (дискретных отображений) в описании термодинамики системы. Помимо того, что задачи подобного рода интересны сами по себе, приближение рекурсивных решеток во многих случаях обеспечивает более адекватное соответствие экспериментальным данным, чем к примеру традиционные среднеполевые методы, особенно при учете многочастичных взаимодействий.

Взаимопроникновение методов квантовой теории поля и статистической физики началось достаточно давно. В последние 20 лет важнейшей вехой данной тенденции явилось создание двумерной конформной квантовой теории поля (ДККТП), которая за этот период стала важнейшим ингредиентом многих областей физики конденсированного состояния, теории суперструн и самостоятельным разделом математики. С концепцией Ферми-Бозе эквивалентности (бозонизацией) в одометных системах тесно связана одна из вариантов ДККТП, WZNW-модель (модель Весса-Зумино-Новикова-Виттена), одним из приложений которой является описание низкоэнергетической динамики простых и связанных цепочек Гейзенберга (спиновых лестниц), которые, в свою очередь, имеют непосредственное отношение к ВТСП. В последние годы было показано, что целый ряд проблем в физике конденсированного состояния, связанных с наличием примесей, может быть решен в рамках ДККТП с границей. В числе этих проблем можно указать взаимодействие электронов проводимости с локализованными ферромагнитными примесями атомами (эффект Кондо), для решения которой успешно применяется WZNW-модель с границей. Актуальность этой модели, с другой стороны, обусловлена тем, что в теории суперструн ею описывается так называемая D-брана на групповом многообразии.

Цель и задачи работы. Целью диссертационной работы является:

- Исследование механизмов возникновения и основных особенностей плато намагниченности в изинговских спиновых системах и сравнительный анализ качественных и количественных различий этого явления, возникающих при переходе от модели Гейзенберга к модели Изинга.

- Исследование плато намагниченности и фазовых переходов методами теории динамических систем в рамках приближения рекурсивных решеток.
- Описание эффектов полубесконечной геометрии в модели Весса-Зумино-Новикова-Виттена.

#### Научная новизна.

- Предложен подход, основанный на применении изинговских спинов для исследования механизмов и закономерностей плато намагниченности в одномерных системах.
- Методами теории динамических систем исследована редуцированная N-векторная модель с кубической симметрией на решетке Бете. Найдена линия фазовых переходов ферро-пара.
- Построена модель Изинга с многочастичными взаимодействиями на рекурсивной решетке особого вида, в качестве возможного приближения для пленок твердого  $^3\text{He}$ . Получены кривые намагниченности для различных значений параметров. Обнаружена ранее неизвестная магнитная структура, смешанная uudd-uudd-фаза.
- Получен аналог уравнений Книжника-Замолотчикова для  $\text{SU}(2)$ -WZNW модели в случае полубесконечной геометрии. Вычислены некоторые структурные константы операторной алгебры модели.

Научная и практическая ценность. Результаты, полученные в работе могут послужить более глубокому пониманию механизмов многих явлений в сильно скоррелированных системах. Простая идея применения изинговских спинов для исследования проблемы плато намагниченности вносит полезный вклад в существующий арсенал трудоёмких численных методов и, в отличие от большинства из них, не требует применения мощных вычислительных средств (суперкомпьютеров). Полученная новая смешанная фаза твердого  $^3\text{He}$  может быть обнаружена в последующих экспериментах.

#### Основные положения, выносимые на защиту

1. Модель одномерной изинговской цепочки с чередующимися ферро-ферро-антиферро связями в зависимости от величины отношения констант связи обладает двумя режимами магнитного поведения. При одном из них система демонстрирует плато намагниченности при  $m/m_{\text{sat}} = 1/3$ , которое возникает вследствие устойчивости пространственно модулированной  $(3111)$  фазы.
2. Модель Изинга с четырёхспиновыми взаимодействиями на рекурсивной решетке особого вида имеет богатый спектр магнитного поведения в зависимости от значений параметров, демонстрируя плато намагниченности при  $m/m_{\text{sat}} = 0$  и/или  $m/m_{\text{sat}} = 1/2$ , связанные с устойчивостью uudd и uudd фаз соответственно и промежуточную смешанную фазу.
3. Редуцированная N-векторная модель с кубической симметрией на решетке Бете обладает двумя фазами. Линия фазовых переходов  $J = \log(N - 1 + \sqrt{(N - 2)^2 + 2N}) T$ , обобщающая известный результат для модели Изинга  $J = \sqrt{3}T$ , получена с использованием методов теории динамических систем.

#### 4. Модель Весса-Зумино-Новикова-Виттена для группы SU(2) с границей.

**Апробация полученных результатов.** Основные результаты диссертационной работы обсуждались на семинарах кафедры теоретической физики ЕГУ, теоретического отдела Ереванского Физинститута, лаборатории теоретической физики имени Боголюбова Объединенного Института Ядерных Исследований, Дубна; факультета информатики университетского колледжа Осло, отделения физики конденсированного состояния исследовательского центра комиссарната по атомной энергии в Сакле, Франция, а также докладывались на международных и региональных конференциях: "Конференция молодых физиков", Ереван 1999; "Chaos and Supercomputers", Nor-Amberd, Armenia 2000; "Лазерная физика-2000", Аштарак, Армения 2000; "IX Interantional conference on Symmetry Methods in Physics", Yerevan, Armenia 2001; "Второй конференции молодых физиков", Ереван 2001; "Integrability in QFT and Quantum Statistics", Tbilisi, Georgia 2002.

**Публикации.** По теме диссертации опубликованы 7 работ (5 статей и 2 тезиса международных конференций), список которых приведен в конце автореферата.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка цитируемой литературы, включающем 293 наименований. Объем работы 115 страниц, включая 36 рисунков.

### СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы, подробно описывается построение и основные особенности рекурсивных решеток на примере дерева Кейли и решетки Бете, представлен краткий обзор современных результатов по проблемам плато намагниченности, излагаются сведения по моделям с кубической симметрией и описываются основы конформной теории поля. Также формулируется цель диссертационной работы, излагается краткое её содержание и обзор литературы.

**В первой главе** излагаются общие соображения по поводу возможности и надобности применения изинговских спинов в задачах исследования механизмов таких явлений как плато намагниченности. Далее эти идеи развиваются на примере одномерной цепочки с чередующимися ферро-ферро-антиферро (FFA) взаимодействиями. Строится трансфер-матрица, находятся её собственные значения и намагниченность как явная функция температуры и напряженности внешнего магнитного поля. На полученных таким образом кривых намагничивания имеется плато при  $m/m_{sat} = 1/3$

В §1.1 изложено введение в данную проблематику и результаты, полученные ранее Хидой для (FFA) цепочки Гейзенберга.

В §1.2 вводится (FFA) цепочка Изинга с гамильтонианом

$$-\beta\mathcal{H} = \sum_i (J_F(s_i t_i + t_i u_i) - J_A u_i s_{i+1} + h(s_i + t_i + u_i)), \quad (1)$$

строится соответствующая трансфер-матрица и находятся её собственные значения, посредством которых выражается свободная энергия системы:

$$F = \lim_{N \rightarrow \infty} \left( -\frac{\log \lambda_+^N}{3N\beta} \right) = -\frac{1}{3\beta} \log \left\{ 2 \cosh h + e^{-J_A} (e^{2h} \cosh(2J_F + h) + e^{-2h} \cosh(2J_F - h)) + \right. \quad (2)$$

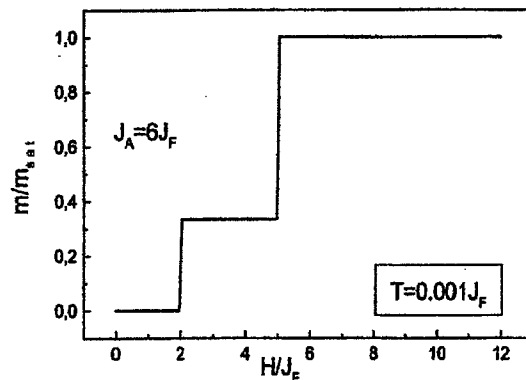


Рис. 1: Кривая намагниченности для FFA цепочки Изинга при  $J_A = 6J_F$  и  $T = 0.001J_F$

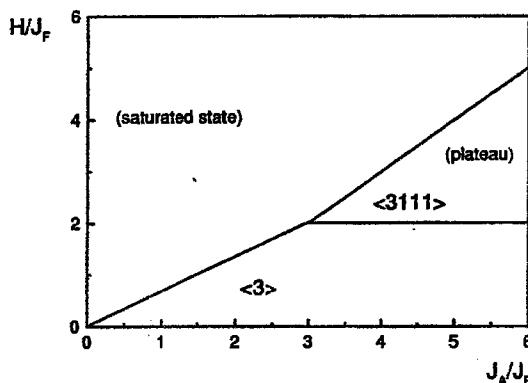


Рис. 2: Фазовая диаграмма FFA цепочки Изинга при  $T = 0$

$$+ \left( (e^{2h} \cosh(2J_F + h) - e^{-2h} \cosh(2J_F - h))^2 + 4 \{ \cosh h + e^{2(J_A+h)} \cosh(2J_F + h) \} (\cosh h + e^{2(J_A-h)} \cosh(2J_F - h)) \}^{1/2} \right).$$

§1.3 посвящен изучению процессов намагничивания в исследуемой системе. На основе полученной в §1.2 свободной энергии находится функция намагниченности  $m(h)$  и строятся её графики для различных значений параметров и температуры а также посредством  $T = 0$  минимизации изучается структура основных состояний в зависимости от значений напряженности внешнего магнитного поля и констант взаимодействия. При этом установлено, что при  $J_A < 3J_F$  система ведёт себя аналогично простой антиферромагнитной цепочки, в то время как при  $J_A \geq 3J_F$  система демонстрирует плато намагниченности при  $m/m_{sat} = 1/3$  (Рис.1), обусловленное устойчивостью пространственно модулированной  $\langle 3111 \rangle$  фазой. Также в разделе представлена фазовая диаграмма основных состояний (Рис. 2)

В §1.4 проводится обсуждение качественных и количественных различий между закономерностями возникновения плато в FFA цепочке Изинга и соответствующей цепочке Гейзенберга.

**Вторая глава** посвящена изучению модели Изинга с многоспиновым взаимодействием на рекурсивной решетке особого вида, отражающей некоторые особенности плёнок твердого  ${}^3\text{He}$ . За исходный гамильтониан был взят гамильтониан, описывающий ядерный спиновый магнетизм в плёнках твердого  ${}^3\text{He}$  в рамках модели многоспинового обмена (MSE-модель) с учетом 2-, 3- и 4-спиновых циклических обменных взаимодействий. Пренебрегая недиагональной частью данного гамильтониана, мы получили модель Изинга, включающую, помимо парных, также и четырехспиновые взаимодействия:

$$-\beta\mathcal{H} = \sum \{ \alpha_1 (s_i s_j + s_j s_k + s_k s_l + s_l s_i) + \alpha_2 s_i s_k + \alpha_3 (s_j s_l + s_i s_j s_k s_l) + h (s_i + s_j + s_k + s_l) \}, \quad (3)$$

где

$$\alpha_1 = \beta \left( \frac{J_3}{2} - \frac{J_4}{4} - \frac{J_2}{2} \right), \quad \alpha_2 = \beta \left( J_3 - \frac{J_4}{4} - \frac{J_2}{2} \right), \quad \alpha_3 = -\frac{\beta J_4}{4}, \quad h = \beta \frac{\gamma \hbar B}{2}, \quad (4)$$

а  $J_2, J_3$  и  $J_4$  суть константы 2-х, 3-х и 4-спинового обменного взаимодействия. Далее система, описываемая гамильтонианом (3), помещается на рекурсивную решетку особого вида, находится соответствующее дискретное отображение, посредством которого описывается термодинамика системы. Применением техники простых итераций для полученной таким образом функции намагниченности системы строятся графики намагниченности системы для различных наборов значений обменных констант и различных температур. При этом выявляется богатое многообразие магнитного поведения, включающее различные комбинации плато намагниченности в 0 и 1/2 и ферромагнитных скачков. Среди графиков намагничивания имеются кривые с двумя сочленёнными бифуркационными петлями, что в терминах теории динамических систем обычно интерпретируется как наличие фазового перехода второго рода.

В §2.1 излагаются основные идеи, лежащие в основе приближения рекурсивных решеток и обсуждается возможность и целесообразность его применения в задачах, связанных с ядерным магнетизмом в твердом  ${}^3\text{He}$ .

В §2.2 вводится гамильтониан модели многоспиновых обменов (MSE-модели), который, будучи ограниченным циклическими перестановками 2-х, 3-х и 4-х частиц, рассматривается в качестве гамильтониана, описывающего ядерный спиновый магнетизм в твердом  ${}^3\text{He}$ . Далее в разделе приводятся операторы циклических перестановок 2-х, 3-х и 4-х частиц, выраженные через  $\sigma$ -матрицы Паули.

В §2.3 описано построение рекурсивной решетки особого вида, являющейся по сути деревом Хусими с квадратными плакетками с дополнительной диагональной связью (Рис.3). Также в разделе излагаются некоторые доводы относительно выбора такой решетки для приближения некоторых свойств структуры плёнок твердого  ${}^3\text{He}$ .

Далее, отбрасыванием недиагональной части исходного MSE гамильтониана выводится гамильтониан модели Изинга, который, помимо парных неоднородных взаимодействий, включает также и четырехспиновые 3.

В §2.4 вводится рекурсивная процедура вычисления статсуммы гамильтониана (3) на решетке, изображенной на Рис. 3, и выводится рекуррентное соотношение, посредством которого описывается термодинамика системы. В частности, приводится выражение для функции намагниченности.

В §2.5 обсуждается экспериментальные и теоретические оценки значений обменных констант для твердого  ${}^3\text{He}$ . Далее, посредством техники простых итераций строятся

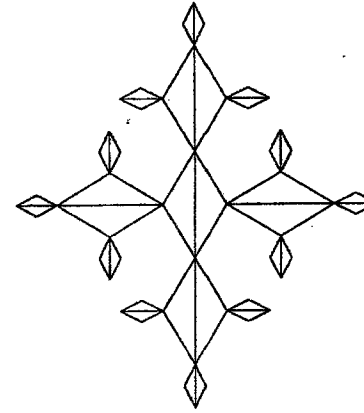


Рис. 3: Рекурсивная решетка, построенная из квадратных плакеток с дополнительными связями. Показаны первые 3 оболочки.

графики процессов намагничивания для различных наборов значений обменных констант. При этом было получено неожиданное многообразие магнитного поведения: различные комбинации плато намагниченности при  $m/m_{sat} = 0$  и 1/2 и ферромагнитных скачков (Рис. 4 и Рис. 5). К числу наиболее интересных и неожиданных результатов следует отнести плато в 1/2, возникающее в системе при исключении всех взаимодействий, кроме парных (Рис. 6), которое обусловлено специфической топологией решетки. Также в данном разделе представлен график кривой намагниченности, содержащий бифуркационные петли (Рис. 7), наличие которых в используемом формализме теории динамических систем интерпретируется как фазовый переход второго рода. Далее проводится анализ возможных спиновых конфигураций, соответствующих различным фазам системы, среди которых имеются uudd и uuud конфигурации а также смешанная uudd-uuud фаза.

В §2.6 обсуждается соответствие нашей теоретической модели реальным системам, приводятся аргументы в пользу того, что в сильных магнитных полях соответствие довольно хорошее.

В §2.7 представлены заключительные замечания.

**Третья глава** посвящена изучению ферромагнитной редуцированной  $N$ -векторной с кубической симметрией модели на решетке Бете.

В §3.1 излагаются основные факты, связанные с физическими приложениями  $O(N)$ -модели.

В §3.2 вводится редуцированная  $N$ -векторная модель с кубической симметрией ( $FC_N$ -модель) путем дискретизации множества возможных значений спиновой переменной  $O(N)$ -модели. Затем описывается построение решетки Бете (Рис. 8), и строится статсумма  $FC_N$ -модели на решетке Бете:

$$Z = \sum_{(\sigma, \alpha)} \exp \left\{ J \sum_{\langle i, j \rangle} \sigma_i \sigma_j \delta(\alpha_i, \alpha_j) + h \sum_i \sigma_i \delta(\alpha_i, 1) \right\}. \quad (5)$$

Далее, применением стандартной техники работы с рекурсивными решетками, находятся рекуррентные соотношения, посредством которых задача переводится на язык

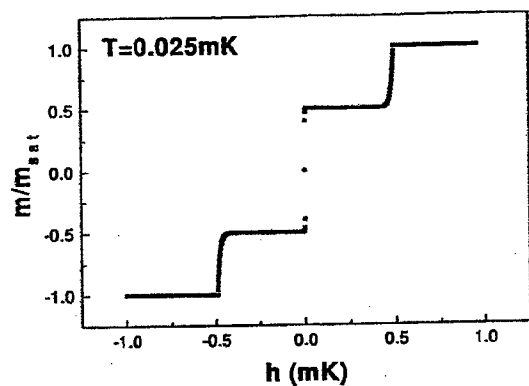


Рис. 4: Кривая намагниченности для системы, описываемой гамильтонианом 3 на рекурсивной решетке, изображенной на Рис. 3 при  $J_4 = K = 0.562$  мК,  $J_2 = 3$  мК,  $J_3 = 3.035$  мК и  $T = 0.025$  мК.

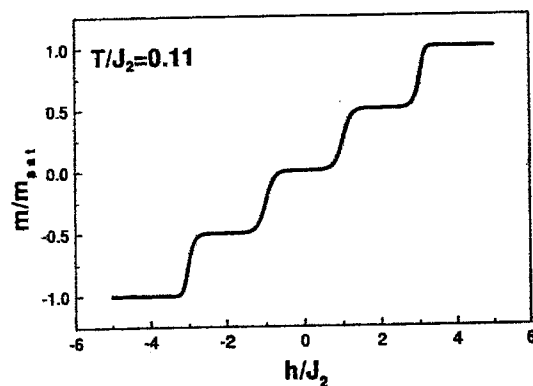


Рис. 6: Кривая намагниченности для системы, описываемой гамильтонианом 3 на рекурсивной решетке, изображенной на Рис. 3 в случае, когда только  $J_2$  отлична от нуля;  $T = 0.11J_4$

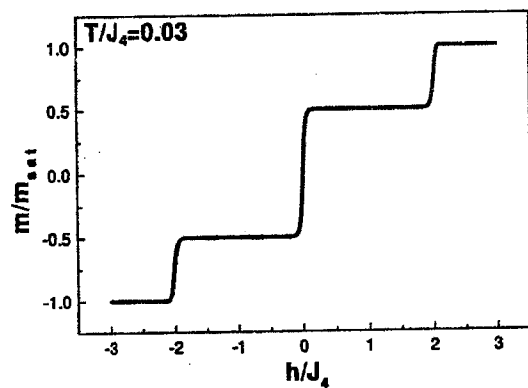


Рис. 5: Кривая намагниченности для системы, описываемой гамильтонианом 3 на рекурсивной решетке, изображенной на Рис. 3 в случае, когда только  $J_4$  отлична от нуля;  $T = 0.1J_4$

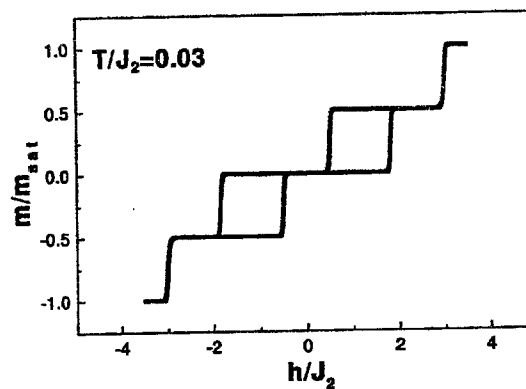


Рис. 7: Кривая намагниченности для системы, описываемой гамильтонианом 3 на рекурсивной решетке, изображенной на Рис. 3 в случае, когда только  $J_2$  отлична от нуля;  $T = 0.03J_4$

теории динамических систем (дискретных отображений). В частности, выводится рекуррентное соотношение для функции намагниченности центрального узла.

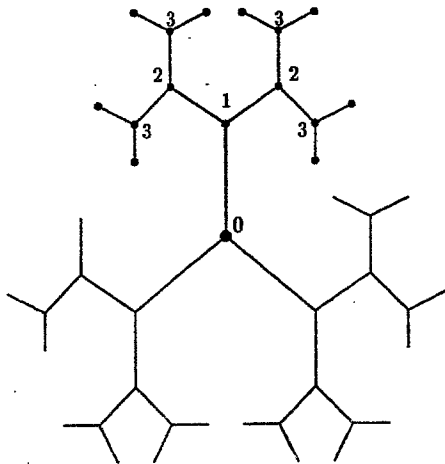


Рис. 8: Решетка Бете с координационным числом  $q = 3$ . Показаны первые 4 поколения (оболочки).

§3.3 посвящен получению в рамках формализма теории динамических систем линии фазовых переходов ферро-пара для исследуемой модели. Последняя находится из условия равенства единицы максимального собственного якобиевой матрицы системы рекуррентных соотношений в ферромагнитной неподвижной точке. В результате для определения искомой линии имеем алгебраическое уравнение 4-й степени (в случае координационного числа равного 3):

$$z^4 - 4Nz^3 + 2(2N^2 - 3)z^2 + 4(N + 2)z - 3 = 0. \quad (6)$$

Из решений которого следует выбрать то, которое в пределе  $N = 1$  переходит в известный результат для модели Изинга на решетке Бете:

$$J = \log \left( N - 1 + \sqrt{(N - 2)^2 + 2N} \right) T. \quad (7)$$

В четвертой главе изучаются некоторые аспекты модели Весса-Зумино-Новикова-Виттена на многообразиях с границей.

В §4.1 дается введение в двумерную конформную квантовую теорию поля (ДККТП) и определяется модель WZNW как ДККТП.

§4.2 посвящен изложению основных особенностей ДККТП на многообразиях с границей.

В §4.3 приводится вывод аналога уравнений Книжника-Замолдчикова для случая наличия одной границы.

В последнем §4.4 приводятся вычисления некоторых структурных констант операторной алгебры модели Весса-Зумино-Новикова-Виттена для случая полубесконечной

геометрии и группы  $SU(2)$ . При этом все одноточечные константы первичных относительно алгебры Виасоро полей получены в случае граничных условий Карди. Используя уравнения граничного бутстрапа Карди-Льовеллена, вычислены также структурные константы разложения балк-поля по граничным полям.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. По крайней мере некоторые плато намагниченности, возникающие в спиновых системах, могут быть объяснены в квазиклассических терминах изинговских переменных.
2. Для одномерной цепочки Изинга с чередующимися ферро-ферро-антиферро взаимодействиями существует область значений параметров взаимодействия, в которой система при низких температурах демонстрирует плато намагниченности при  $m/m_{sat} = 1/3$ , обусловленное устойчивостью пространственно модулированной (3111) фазы.
3. Модель Изинга с многоспиновыми взаимодействиями на рекурсивной решетке особого вида, построенная как предел квантового обменного гамильтониана, описывающего магнетизм в твердом  $^3\text{He}$ , обладает широким многообразием магнитного поведения в зависимости от отношений обменных констант, демонстрируя различные комбинации плато намагниченности при  $m/m_{sat} = 0$  и  $m/m_{sat} = 1/2$  и ферромагнитных скачков. Данная модель также обладает смешанной промежуточной uudd-uuud фазой.
4. Методами теории динамических систем получена линия фазовых переходов ферро-пара для редуцированной N-векторной модели с кубической симметрией на решетке Бете, обобщающая известный результат для соответствующей модели Изинга.
5. Исследованы некоторые аспекты полубесконечной геометрии в модели Весса-Зумино-Новикова-Виттена для группы  $SU(2)$ . Получен аналог уравнений Книжника-Замолотчикова, вычислены некоторые структурные константы операторной алгебры.

## СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ

1. V. R. Ohanyan, N. S. Ananikian, Magnetization plateaus in the ferromagnetic-ferromagnetic-antiferromagnetic Ising chain, Phys. Lett. A 307, 76 (2003).
2. T. A. Arakelyan, V. R. Ohanyan, L. N. Ananikyan, N. S. Ananikian, M. Roger, The multisite interaction Ising model approach to Solid  $^3\text{He}$  system on the triangular lattice, Phys. Rev. B 67, 024424 (2003).
3. Н. С. Ананикян, В. Р. Оганян, Ферромагнитная редуцированная N-векторная модель с кубической симметрией на решетке Бете, Изв. НАН Армении, Физика 38, 12 (2003).
4. N.S. Ananikian, L.N. Ananikyan, V. Ohanyan, Discrete counterpart of  $O(N)$ -model on Bethe Lattice: a Face-Cubic ( $FC_N$ -model) model, Proceeding of the IX International Conference on Symmetry Methods in Physics, Yerevan 2001. Book of abstracts, p. 14.
5. T. A. Arakelyan, V. R. Ohanyan, L. N. Ananikyan, N. S. Ananikian, M. Roger, Multisite interaction Ising model approach to planar solid  $^3\text{He}$ , Proceedings of Chaos and Supercomputers, Nor-Amberd 2000, Book of abstracts p. 16.
6. В. Р. Оганян, О  $SU(2)$ -WZNW модели на многообразиях с границей, Изв. НАН Армении, Физика, 35, 232 (2000).
7. S. A. Apikyan, V. R. Ohanyan, Local WZW-theory on a Manifold with Boundary Mod. Phys. Lett. A13, 3009 (1998).

ԱՍՓՈՓԱԳԻՐ

Ատենախոսությունը նվիրված է ժամանակակից ուժեղ կոռելացված համակարգերի ֆիզիկայի որոշ հարցերին: Մասնավորապես աշխատանքում ընդգրկված են այնպիսի խնդիրներ, ինչպիսիք են մագնիսացվածության միջանկյալ հարթակների ձևավորման մեխանիզմները ցածր և անվերջ չափակաճությունը Իզինգի համակարգերում:

Ստացված են հետևյալ հիմնական արդյունքները:

Ֆեռո-ֆեռո-հակաֆեռո իրար հաջորդող փոխազդեցություններով Իզինգի միաչափ շղթայի համար գոյություն ունի փոխազդեցության պարամետրերի տիրույթ, որում համակարգը ցածր ջերմաստիճաններում ցուցաբերում է մագնիսացվածության հարթակ  $m=1/3$  արժեքի դեպքում, ինչը պայմանավորված է տարածականորեն մոդուլացված  $<3111>$  ֆազի կայունությամբ:

Դիտարկվել է բազմամասնիկային փոխազդեցությամբ Իզինգի մոդել հատուկ տեսքի ռեկուրսիվ ցանցի վրա, որը կառուցված է որպես պինդ  ${}^3\text{He}$ -ում մագնիսականությունը նկարագրող քվանտային փոխանակային համիլտոնիանի սահմանային դեպք: Այն օժտված է մագնիսական հատկությունների բազմազանությամբ, այդ թվում՝ նաև մագնիսացվածության հարթակների  $m=0$  և  $m=1/2$  արժեքների համար և ֆեռոմագնիսական քոիչքների զանազան համադրություններ: Տվյալ մոդելում հայտնաբերված է նաև այսպես կոչված սսժժ -սսսժ խառը ֆազ:

Դիմամիկ համակարգերի տեսության մեթոդներով ստացվել է ֆեռոմագնիս-պարամագնիս ֆազային անցումների գիծ խորանարդային համաչափությամբ ռեդուկտված N-վեկտորային մոդելի համար Բետեի ցանցի վրա, որն Իզինգի համապատասխան մոդելի համար հայտնի արդյունքի ընդհանրացումն է:

Ուսումնասիրված են SU(2)- Վեսս-Ջունիոն-Նովիկով-Վիտտենի մոդելի որոշ առանձնահատկություններ, որոնք կիսաանվերջ երկրաչափության հետևանք են: Ստացվել է Կնիժնիկ-Ջամոլոդչիկովի հավասարումների մեծանկյուն: Արտածվել են նաև սահմանային օպերատորական հանրահաշվի որոշ կառուցվածքային հաստատուններ:

